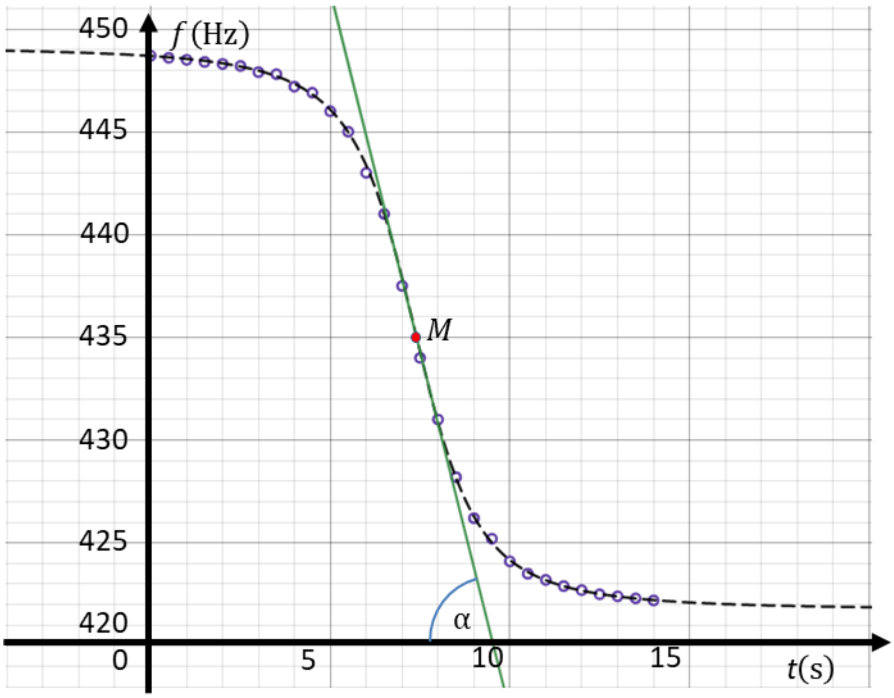
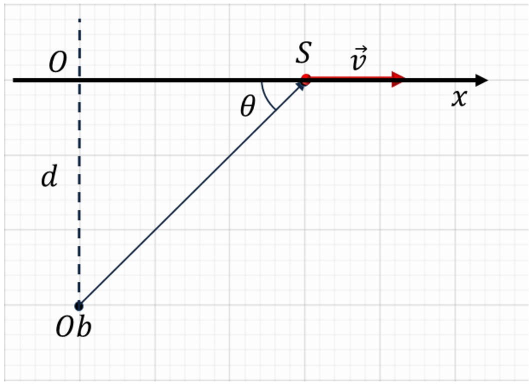
ON-SRF
Etapa națională
15 mai 2021
Barem

XI

a)	Descompunere în rotație cu v_n și mișcare pe direcție radială cu viteza $v_r = v\cos\theta$.	0,5	1,5
	În mișcarea pe direcția sursei: $$cT = cT_0 + v_r T_0 \Longrightarrow T = T_0\frac{c + v\cos\theta}{c} \Longrightarrow f = f_0\frac{1}{1+\left(\frac{v}{c}\right)\cos\theta} = f_0\frac{1}{1+\beta\cos\theta}$$	1,0	
b)	 - axele au mărimi fizice si unități de măsura (0,2p) - frecventa este pe ordonata si timpul pe abscisa (0,2p) - axele au scala cu valori echidistante (0,2p) - domeniul este limitat la puțin peste cel al datelor experimentale (0,2p) - graficul in ansamblul său (1,2p)		2,0
c)	Sursa s-a aflat la distanță minimă față de observator în punctul M al graficului (punct de inflexiune) (se schimbă semnul derivatei a doua).		1,0
d)	Pentru $\theta = 0$, $f_M = f_0/(1 - v/c)$ iar pentru $\theta = \pi$, $f_m = f_0/(1 + v/c)$.	0,5	2,0
	Frecvențele extreme pot fi apreciate prin fitarea datelor experimentale: $f_M \cong 449\ \mathrm{Hz}$ și $f_m \cong 421{,}5\ \mathrm{Hz}$	0,5	
	$$a = \frac{f_M}{f_m} = \frac{1 + v/c}{1 - v/c} \Longrightarrow v = c\frac{a-1}{a+1}$$	0,5	
	care conduce la $v \approx 10{,}7\ \mathrm{m/s}$.	0,5	
e)	De exemplu, din $f_m = f_0/\left(1+\frac{v}{c}\right) \Longrightarrow f_0 = 435\ \mathrm{Hz}$. Pentru o precizie mai bună se poate calcula f_0 folosind f_m, respectiv f_M și făcând apoi media valorilor obținute. Obs. f_0 poate fi apreciat și de pe grafic (punctul M).	0,5	0,5

f)	Fie d distanța minimă între sursă și observator; fie x abscisa sursei în mișcare, cu $x = 0$ când distanța sursă observator este minimă. Atunci, pentru $\lvert x\rvert \ll d$ $\cos\theta \cong \frac{x}{d}$ astfel că $f \cong f_0 \frac{1}{1+\frac{v}{c}\frac{x}{d}} \cong f_0\left(1-\frac{v}{c}\frac{x}{d}\right)$ Calculăm tangenta la graficul funcției $f = f(t)$ pentru $x = 0$ $\tan\alpha = -\frac{df}{dt} = f_0\frac{v^2}{cd} \Longrightarrow d = f_0\frac{v^2}{c\tan\alpha}$  Stabilim din grafic panta acestuia pentru $x = 0, \tan\alpha = 7{,}3\ \mathrm{s}^{-2}$și obținem $d \approx 20{,}1\ \mathrm{m}$		2,0
g)	Automobilului „fugar” se deplasează cu viteza v_2. Acesta recepționează unde sonore cu frecvența $f_2 = f_0\frac{c-v_2}{c-v_1}$ Undele reflectate de automobil sunt recepționate de radar ca având frecvența $f = f_2\frac{c+v_1}{c+v_2} = f_0\frac{c-v_2}{c-v_1}\cdot\frac{c+v_1}{c+v_2}$ Frecvența „bătăilor” este $f_b = \frac{f-f_0}{2} = \frac{f_0}{2}\left(\frac{c-v_2}{c-v_1}\frac{c+v_1}{c+v_2}-1\right) \Longrightarrow v_2 \cong 37{,}11\ \mathrm{m/s}$		1,0

Subiectul II (Oscilații mecanice): (10 puncte)

a)	Aplicând teorema variației energiei cinetice pentru deplasarea între cele două extremități, $L_{F_e} + L_{F_f} = \Delta E_c$	0,5	2,0
	$-\Delta E_{pe} - \mu mg(A+d_2) = 0;\ -(2\frac{kd_2^2}{2} - 2\frac{kA^2}{2}) - \mu mg(A+d_2) = 0$ $-k(d_2^2 - A^2) - \mu mg(A+d_2) = 0;\ k(A^2 - d_2^2) = \mu mg(A+d_2)$ $k(A-d_2) = \mu mg;\ A - d_2 = \frac{\mu mg}{k}$	1	
	$d_2 = A - \frac{\mu mg}{k}$	0,5	
b)	Constanta de elasticitate echivalentă este $k_e = 2k$.	0,5	3,0
	În absența alunecării, cele două corpuri se vor deplasa împreună, cu pulsația $\omega_a = \sqrt{\frac{2k}{m+M}}$	1,0	
	Scândura este pusă în mișcare de forța de frecare $F_r = Ma = M\omega_a^2 A$. Pentru a nu exista alunecare este necesar ca $F_r \leq \mu mg$.	1,0	
	Astfel $A_c = \frac{\mu mg}{2k}\left(1+\frac{m}{M}\right)$	0,5	
c)	Energia de oscilație este aproximativ egală cu $E = \frac{1}{2}k_e A^2$	0,5	3,0
	Astfel, pentru o variație $\Delta A \ll A$ $\Delta E = k_e A\cdot\Delta A$	0,5	
	Dacă $A \gg A_c$, cărămida aproape a finalizat o jumătate de ciclu, până să fie „prinsă” de scândură, deci energia pierdută într-o jumătate de ciclu este: $\frac{1}{2}\Delta E = 2A\cdot F_r$	0,5	

	Întrucât scândura acționează cu o forță constantă asupra cărămizii, aceasta din urmă oscilează cu pulsația ω_b, ca și cum asupra sa ar acționa o forță elastică, dar față de o poziție de echilibru care se schimbă la schimbarea sensului de mișcare a cărămizii față de scândură. $$\omega_b = \sqrt{k/m}$$	1,0	
	Astfel $$k_e A \cdot \Delta A = 4A\mu mg \Rightarrow \Delta A = \frac{4\mu mg}{2k} = \frac{4\mu g}{\omega_b^2}$$	0,5	
d)	Când cărămida alunecă, accelerația scândurii este $$a = \mu g \frac{m}{M}$$ Viteza scândurii va fi maximă la finalul mișcării sale accelerate. Aceasta se va întâmpla la un moment t_M; în condițiile în care $A \gg A_c,\ t_M \approx T/2$.	1,0	2,0
	O jumătate de perioadă va fi $$\frac{T}{2} = \pi \sqrt{\frac{m}{k_e}}$$	0,5	
	Atunci, viteza maximă a scândurii va fi $$v_s = at_M = \mu g \frac{m}{M} \pi \sqrt{\frac{m}{2k}}$$	0,5	

Subiectul III (curent electric): (10 puncte)

a)	Un voltmetru ideal are $R_v \to \infty$, astfel că $I_{AB} = 0$.	0,5	1,5
	Prin simetrie, același curent trece prin cele două ramuri: $I_1 = I_s/2$.	0,5	
	$U_{AB} = I_1 2R - I_1 4R = -RI_s$	0,5	
b)	Un ampermetru ideal are $R_A = 0$; astfel, trebuie aflat curentul care trece prin rezistorul de rezistență $6R$, curent care va trece de la B la A. Prin simetrie, rezistori cu aceeași rezistență vor fi parcurși de curenți egali.	0,5	1,5
	$I_s = I_2 + I_4$ $I_2 = I_6 + I_4$ $4RI_4 = 2RI_2 + 6RI_6$	0,5	
	Din ecuațiile anterioare rezultă $$I_6 = \frac{1}{9} I_s.$$	0,5	
c)	Putem folosi rezultatele de mai sus. Când A și B sunt scurtcircuitate $$I_1 = I_6 = I_s/9$$ Când $R_{AB} \to \infty$, $U_{AB} = RI_s$ astfel încât $R_1 = 9R$ Obs.: Afirmația reprezintă teorema lui Norton.	1,0	1,0
d)	În momentul conectării bobinei legate în paralel cu rezistorul, în circuitul exterior, curentul circulă numai prin rezistor, curentul prin bobină fiind nul. Cu timpul însă curentul prin rezistor scade, cel prin bobină crește, și, după un timp, curentul prin rezistor devine nul, fiind scurtcircuitat de bobina cu rezistență activă nulă.	0,5	2,5
	Fie, la un moment de timp dat, I_k intensitatea curentului prin rezistor, iar după intervalul mic de timp Δt_k ea devine egală cu $(I_k - \Delta I_k)$. Deci, în acest interval, intensitatea curentului prin bobină a crescut cu ΔI_k, în ea fiind indusă o t.e.m. $e = L\frac{\Delta I_k}{\Delta t}$. Egalăm această tensiune cu $I_k R$ (cea de la capetele rezistorului): $I_k R = L\frac{\Delta I_k}{\Delta t}$.	1,0	

	Căldură degajată de rezistor în acest interval de timp este $\Delta Q_k = I_k^2 R \Delta t = L I_k \Delta I_k$. Căldură totală degajată pe rezistor pe parcursul intervalului de timp în care intensitatea curentului ce îl străbate scade de la I la 0, este $$Q = \sum_k \Delta Q_k = \sum_k L I_k \Delta I_k = \frac{L I_s^2}{2}.$$ Observăm că această cantitate de căldură nu depinde de valoarea rezistenței R.	**1,0**	
e)	La întreruperea circuitului în rezistor se degajă aceeași cantitate de căldură, ceea ce se poate stabili ușor din considerente energetice. La întreruperea circuitului în rezistor se degajă o cantitate de căldură egală cu energia bobinei când ea era parcursă de curentul de intensitate I. $$Q = \frac{L I_s^2}{2}$$	**1,0**	**1,0**
f)	Scriem teoremele lui Kirchhoff $i_3 = i_1 + i_2; U_{AB} = L\frac{di_1}{dt} = 2L; i_2 = \frac{U_{AB}}{R} = \frac{2L}{R} = 0{,}001\ \text{A}; i_3 = 2t + \frac{2L}{R} = 2t + 0.001\ \text{A}.$		**1,0**
g)	Puterea activă a circuitului este $$P = R_e I^2 = R_e \frac{U^2}{Z^2}$$	**0,5**	**1,5**
	Folosim forma complexă. Cum $R = X$ $$\tilde{Z} = R + \frac{RjX}{R + jX} = R + \frac{R}{2} + j\frac{R}{2}$$ $$Z^2 = \frac{R^2}{4}(3+j)(3-j) = \frac{5}{2}R^2; R_e = \frac{3R}{2}$$	**0,5**	
	$$P = \frac{3R}{2}\frac{2U^2}{5R^2} = \frac{3}{5}\frac{U^2}{R}; P = 3000\ \text{W}$$	**0,5**	